

Matematiksel İstatistik ve Ekonometri Eğitiminde Teori ve Uygulama Arası Gerekli Köprü: Bilgisayar Uygulamalı Basit Monte Carlo Deneyleri

Doc. Dr. C. Emre Alper

Ekonomi Bölümü ve
Ekonomi ve Ekonometri Merkezi
Bogazici Üniversitesi
PK 2, Bebek, İstanbul 80815

Giriş

Son yıllarda matematiksel istatistik ve ekonometri eğitiminde veri üretme mekanizmaları (Data generating processes) kullanılarak bazı teorik sonuçların bilgisayar aracılığı ile öğrenciler tarafından simülasyonunun pedagojik önemi anlaşılmış ve başlangıç ekonometri kitaplarının bir bölümü, giderek bu tip bilgisayar uygulamalarını içermeye başlamıştır. (Bkz. Kennedy, 1999 ve Studenmund, 2001) Bu tip bilgisayar destekli uygulamaların i- göreceli olarak masrafsız olarak uygulanabilir olması; yani herhangi bir uzmanlaşmış ekonometri yazılımı gerektirmeyen, ve artık standart olarak hemen her bilgisayarda bulunan bir hesap cizelgesi (spreadsheet) yazılımı (Excel, Lotus veya Quattro Pro gibi) kullanılarak yapılabilmesi; ve ii- matematiksel istatistik ve ekonometri derslerinde cebir yolu ile yapılan teorik çıkarımların uygulama yoluyla öğrencilerin anlayabileceği seviyeye indirilebilmesini sağlaması, son yıllarda ekonometri eğitimi ile ilgili yazılmış makalelerde de ele alınmıştır. (Bkz. Kennedy, 1998)

Gerek yurtdışında, gerekse yurtdışında özellikle lisans eğitiminde verilen istatistik ve ekonometri derslerindeki öğrenci sayısının çokluğu ve nisbeten daha az zahmetli olması nedeni ile bu tip dersler daha çok matematik yoğunluklu olarak verilmekte ve ekseriyetle “tebesirli anlatım” kullanılmaktadır. Verilen bilgisayar uygulamaları yetersiz kalmakta ve istatistik-ekonometri derslerini bitirip mezun olmuş ve derslerden göreceli olarak yüksek notla geçmiş öğrenciler örneklem varyansı ve regresyon katsayı hesaplamaları gibi konuları mekanik olarak yapabildikleri halde, özellikle örneklem dağılımları konularını tam olarak anlamamaktadırlar. İstatistik dersini aldıktan sonra ekonometri dersine gelen öğrencilerin çoğu, almış oldukları derste kullanılan matematiksel formüllerin çokluğu nedeni ile istatistik bilimini matematik biliminin bir parçası olarak görmektedir. Bunun nedeni örneklem uzayının yeterli derecede anlatılmamış olması ve dersin “istatistik” kısmının eksik kalmış olmasıdır. Derslerde çıkarılan matematiksel formüller, sağlam bir istatistik tabana oturmadığından, öğrenciler derste ki kavramları birleştirememekte, mekanik olarak bu formülleri kullanmaktan öteye gidememekte ve dersten soğumaktadırlar. Gerçekten, özellikle lisans ekonomi eğitiminde başarı oranının en düşük olduğu ve öğrencinin en az randıman aldığı dersler (kalkülüs dersleri ile birlikte) istatistik ve ekonometri dersleridir. Ders kitapları da öğrenciye gerekli yardımı vermekten uzaktır. Kitaplarda daha çok teorik ekonometriyi tanımlayan teoremler, ispatlar ve matematiksel formüller yer almaktadır.

Burada asıl sorun, teori ve uygulama basamakları arasında yer alması gerekirken, yeterli önem verilmeyen veri üretme mekanizmaları ile teorinin desteklenmesi basamağıdır. Derslerde ispatlanan teorilerin hemen ardından gerçek veriler kullanılarak yapılan uygulamalar,

gerçek verilerdeki bir kısım kirlenme nedeni ile amaçlanan “derste öğretilenlerin gerçek hayatta uygulanması” hedefine hizmet edememektedirler. Derslerde yapılan teorik çıkarımlardan hemen sonra veri üretme mekanizmaları yardımı ile “kontrol edilebilen seviyede kirlenmeye maruz kalan veriler kullanılarak” öğrenciye konunun uygulamaları gösterilmelidir. Bu tip basit alıstirmalar yardımı ile derste yapılmış olan teorik çıkarımların öğrenciler tarafından iyice sindirildiğine emin olduktan sonra ise gerçek verili uygulamalara geçilmeli ve böylece öğretilenlerin gerçek hayatla organik bağlantısı kurulmalıdır.

Bu çalışmada, Bogazici Üniversitesi ikinci ve üçüncü sınıf ekonomi öğrencilerine (son üç yıl içinde) vermiş olduğum matematiksel istatistik ve ekonometri derslerine ait ödevlerden aldığım 4 basit veri üretme mekanizması ve monte carlo alıstirması ile bahsi geçen bilgisayar uygulamaları ile veri üretme mekanizmalarını anlatmanın ve istatistikî tabanın oturtulmasının 21. yüzyılda ekonometri eğitimindeki önemi vurgulanacaktır.

Örnek 1: T-Dağılımı ve Standart Normal ile Ki-Kare Dağılımları ile olan İlişki

Matematiksel istatistik dersini alan bir öğrenci, ortalaması ve varyansı bilinmeyen, normal dağılıma sahip kütleden gelen eldeki örneklemin gözlem sayısının 30’dan küçük olduğu durumlarda, kütlenin ortalaması ile ilgili hipotez testlerinde kullanılmak üzere t-dağılımından yararlandığını öğrenir. Ayrıca öğrenci, t-dağılımının elde edilmesi sırasında bağımsız ki-kare dağılımına ve n serbestlik derecesine sahip Y rassal değişkeni ile standart normal dağılıma sahip Z tesadüfi değişkeni kullanılarak elde edilen

$$T = \frac{Z}{\sqrt{Y/n}}$$

T tesadüfi değişkeninin olasılık dağılım fonksiyonunun

$$f(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{pn} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \left(1 + \frac{t^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}} \quad -\infty < t < \infty$$

olduğunu öğrenir ve bu fonksiyonu değişken-değiştirme-teknigi kullanarak ispatlar. T değişkeninin olasılık dağılım fonksiyonunun üç noktalarda standart normal dağılıma göre daha kalın olduğu ve simetrik olduğu da öğrenciye gösterilir. Tipik bir matematiksel istatistik dersinde ayrıca ki-kare dağılım ve standart normal dağılım arasındaki ilişkiler de yine öğretilir. Yapılan işlemler sadece cebir kullanarak bir olasılık yoğunluk fonksiyonunun türetilmesinden ibaret olduğu için dağılımların öğrenci tarafından geometrik uzayda algılanması zor olabilir.

Aşağıdaki bilgisayar uygulaması bu sorunun üzerine gitmede yardımcı olmuştur:

Bu alıstirmada Excel hesap çizelgesi kullanılarak t-dağılımına sahip bir değişken ve bu değişkenin tanımsal istatistikleri çıkarılacaktır. Rasgele sayı üretebilmek için Excel hesap çizelgesindeki eklentiler arasından toolpak çözümleyicisine (tools-Data Analysis toolpak)

ihtiyac olacaktır. Excel hesap cizelgesinin ingilizce olan versiyonuna sahip olan kullanıcılar için gerekli komutlar parantez içinde sunulmuştur.

Talimatlar:

1. Yeni bir Excel hesap cizelgesi yaratin ve sayfa 1'in adini "normal" olarak isimlendirin.
2. Menudeki "araclar" (tools) altinda yer alan "veri cozumleme arac paketi" (data analysis) icinden "rasgele sayi uretme ve cozumleme araci"ni (random number generation) kullanarak 500 adet gozlem sayisina sahip ve ortalamasi 100, varyansi 49 olan normal dagilima sahip tesadufi degiskeni, N'yi, yaratin.
3. Yarattiginiz N degiskenin ortalamasini, varyansini, yatiklik olcusu (skewness) ve basiklik olcusu'nu (kurtosis) hesaplayin. Bu hesaplamalari excel hesap cizelgesinin matematiksel fonksiyonlarini kullanmadan yapmalisiniz. Hesapladiginiz bu tanimsal istatistikleri kullanarak N'ye ait Jarque-Bera test istatistigini hesaplayin. Bu test istatistigini yorumlayin.
4. Sayfa 2'yi "bargrafik1" olarak isimlendirin ve yarattiginiz N degiskeninin bargrafigini (histogram) cizin. Bargrafik, 75'den baslamali ve 10'ar artisla 125'de sonlanmali.
5. Excel hesap cizelgenizdeki sayfa 3'un ismini "t" olarak degistirin. Bu sayfada yine 500 gozlem sayisina sahip ve dagilimi T olan ve serbestlik derecesi 3 olan bir rassal degisken yaratin. T rassal degiskenini yaratirken "rasgele sayi uretme ve cozumleme araci"ni sadece standart normal dagilima sahip degiskenler uretmek icin kullanabilirsiniz.
6. Yarattiginiz degiskenin ortalamasini, varyansini, yatiklik olcusu (skewness) ve basiklik olcusunu (kurtosis) hesaplayin. Bu hesaplamalari excel hesap cizelgesinin matematiksel fonksiyonlarini kullanmadan yapmalisiniz. Hesapladiginiz bu tanimsal istatistikleri kullanarak degiskene ait Jarque-Bera test istatistigini hesaplayin. Bu test istatistigini yorumlayin.
7. Sayfa 4'u "bargrafik2" olarak isimlendirin ve yarattiginiz T degiskeninin bargrafigini (histogram) cizin. Bargrafik, -3'den baslamali ve 0.5'er artisla 3'de sonlanmali.

Bu alistirmanın kuskusuz en önemli adımı 5. adımdır, çünkü burada öğrencilerin gözünde sıklıkla karıştırılan örnekleme gözlem sayısı ve serbestlik derecesi sorunu gündeme gelmektedir. Ayrıca öğrenci T'yi yaratabilmek için önce serbestlik derecesi 3 olan bir ki-kare değişkenini yaratmak sorunu ile karşı karşıya kalacak, ve derste teorik olarak gördüğü standart normal dağılım ve ki-kare dağılımı arasındaki bağlantıyı kullanarak bu değişkeni yaratacaktır.

Örnek 2: Gauss-Markov Teoremi

Standart Ekonometri derslerinde ispat edilen en önemli teoremlerden biri de doğrusal ve yansız olan kestiricilerin arasında en küçük kareler yönteminin en iyi olduğunu söyleyen Gauss Markov teoremidir. Cebir kullanılarak yapılan değişik ispat metodları her ne kadar öğrenci tarafından takip edilebilse veya ezberlense de, aşağıdaki alistirmanın her zaman pedagojik açıdan yararlı olduğunu gözlemledim. Bu alistirmada, öğrenciler bağımsız değişkene göre küçükten büyüğe göre sıralanmış veri tabanının birinci ve sonuncu gözlemleri arasında çekilen bir düz çizgi yöntemi ile elde edilen eğim (slope) ve sabit terim (intercept) tahminlerinin, neden en küçük kareler yönteminden daha kötü sonuçlar verdiğini görecektir.

I. Bolum

Bu kisimda amac “En Kucuk Kareler” (EKK) yontemini kullanarak dogrusal modelin sabit terim (dusey eksenini kesen nokta) ve egim parametrelerinin tahminini bulmaktir.

Talimatlar:

1. Yeni bir Excel hesap cizelgesi yaratin ve sayfa 1’in adini “model” olarak isimlendirin. A1 hucreesine “U”, B1 hucreesine “X”, C1 hucreesine “Y” yazin.
2. Menudeki “araclar” (tools) altinda yer alan “veri cozumleme arac paketi” (data analysis) icinden “rasgele sayi uretme ve cozumleme araci”ni (random number generation) kullanarak 500 adet gozlem sayisina sahip ve ortalamasi 0, varyansi 16 olan normal dagilima sahip tesadufi degiskeni, U’yu (Hata), yaratin.
3. X degiskenini yaratmak icin B2 hucrelerinden B501’e kadar –250’den baslayan ve 1’er artarak 249’da biten sayi dizisi ile doldurun.
4. $Y = 6 + 7 X + U$ denklemini kullanarak D sutununda 500 gozlemlik Y degiskenini yaratin.
5. (Sanki sabit terimin 6, egimin de 7 oldugunu bilmiyormus gibi) 500 gozlemlilik Y ve X degiskenleri ile EKK yontemini kullanarak sabit terimi ve egimi tahmin edin. Ayrica, R^2 , ve egimin t-istatistikini de hesap edin. Hesaplamalarda Excel islevleri (function) kullanilmamali ve sadece derste cikarilan formullerden yararlanilmalidir.
6. Ismini “regresyon ciktilisi” olarak degistireceginiz yeni bir sayfada “Veri Cozumleme Arac Paketi” (Data Analysis) icinde yer alan “regresyon” aracini kullanarak bir onceki adimda buldugunuz degerleri teyit edin.

II. Bolum

Bu kisimda amac basit bir Monte Carlo deneyi yaparak Gauss-Markov teoreminin gecerlilikini alternatif bir baska dogrusal ve yansiz kestiriciye gore EKK yonteminin ustunlugunu gostermektir. Bu nedenle 2 tip kestirici kullanilacaktir.

Kestirici 1: EKK yontemi

Kestirici 2: Ilk ve son gozlem arasina cizilen bir dogru

Bu iki kestiriciyi 25 ayri X ve Y degiskeni uzerine uygulayip daha sonra her iki yontemle elde edilen egim ve sabit terim tahminleri ortalamalari ve standart sapmalari mukayese edilecektir.

Talimatlar:

1. Yeni bir Excel hesap cizelgesininin 25 degisik sayfasini “Model1”, “Model2”, ... “Model25” olarak adlandirin. Ayrica bir sayfaya da “sonuclar” ismini verin.

2. Model1 sayfasında, aynen 1. bölümde olduğu gibi “U”, “X” ve daha sonra $Y = 6 + 7X + U$ eşitliğini kullanarak 500 gözlemlili Y değişkenini yaratın. Daha sonra 500 gözlemlili X ve Y değişkenlerine önce Kestirici 1 sonra da Kestirici 2’yi uygulayarak dişey eksen kesim noktası ile egim tahminini hesaplayın.
3. Aynı işlemi toplam 24 kere daha yaparak Model2 ... Model25 sayfasını da doldurun. (Yarattığınız 25 modeldeki X değişkenlerinin aynı, ancak U değişkenleri rassal olduğu için Y değişkenlerinin de farklı olduğunu gözlemleyin.)
4. Sonuclar sayfasına Model1 ... Model25’deki 500 gözlemlili Y ve X değişkenleri üzerine Kestirici 1 ve 2 uygulanması ile elde edilen sabit terim ve egim tahminlerini yazın. Kestirici 1 egim tahminlerinin aritmetik ortalamasını ne beklersiniz? Kestirici 2 egim tahminlerinin ortalamasını ne beklersiniz? Neden? Kestirici 1 egim tahminlerinin standart sapmasını ile Kestirici 2’nin egim tahminlerinin standart sapmasını kıyaslayın, hangi kestiricinin standart sapması daha büyük, neden? Aynı soruları sabit terim tahminleri için de cevaplandırın.

Bu alıstırmada öğrenci için en önemli sorun, EKK yöntemi kullanılarak tahmin edilen 25 egim parametresinin standart sapması ile elde edilen regresyon çıktılarında görünen egim parametresinin standart sapması arasındaki farkın ayırt edilmesi hususudur.

Örnek 3: Gözlemlerde Yapısal Değişim ve Kukla Değişkenler

Ekonometri derslerinde bahsi geçen konulardan biri de yapısal değişimlerin olabileceği veya kalitatif açıdan farklı gözlemlerin olduğu regresyon modellerinde bağımsız kukla değişkenlerin önemidir. Bu tip kalitatif farklılıkların veya yapısal değişimlerin dikkate alınmadığı durumlarda yapılacak EKK kestiricisi sonucu elde edilecek tahminler, gerektiği halde kullanılmayan kukla değişkenler sorunu içereceğinden, yanlış ve tutarsız olacaktır. Öte yandan “hem sabit terimi (Y’nin ortalamasını) etkileyen hem de egimi etkileyen bir yapısal değişim olduğu durumlarda kukla değişkenler kullanılarak hesaplanacak regresyon sonuçları, değişim noktasından 2’ye bölünen gözlem gruplarına ayrı ayrı uygulanarak elde edilecek EKK parametre tahminleri ile aynı olacaktır” sonucu da önemlidir. Bir sonraki alıştırma bu noktalar üzerinde durmaktadır:

Bu alıstırmada 3 ayrı tip yapısal kırılma, veri yaratma mekanizmasının üzerine konularak elde edilen verilere EKK yöntemi uygulanarak elde edilecek sonuçlar yorumlanacaktır. Bu üç tip yapısal kırılma:

- i. Aynı sabit terim, farklı egimler (Model 1)
- ii. Aynı egim, farklı sabit terimler (sadece Y ortalamaları farklı) (Model 2)
- iii. Farklı egim ve farklı sabit terimler (Model 3).

Talimatlar:

1. Bu alıstırmada toplam 100 gözlem sayısına sahip ve 70’ten sonraki gözlemlerde yapısal değişim olan Y’ler yaratılacaktır. Aşağıda daha detaylı olarak anlatılan her üç model için de hem Kısıtsız hem de Kısıtlı EKK yöntemi kullanılarak hesaplama yapılacaktır.

2. Yeni bir excel hesaplama cizelgesinde 5 sayfa ile calisacaksiniz. Bu sayfaları sirasiyla “Veriler”, “Model1”, Model2”, “Model3” ve “Sonuclar” seklinde isimlendirin.
3. Menudeki “araclar” (tools) altinda yer alan “veri cozumleme arac paketi” (data analysis) icinden “rasgele sayi uretme ve cozumleme araci”ni (random number generation) kullanarak 100 adet gozlem sayisina sahip ve ortalamasi 0, varyansi 16 olan normal dagilima sahip tesadufi degiskeni, U’yu (Hata’yi), “Veriler” sayfasinda yaratın.
4. Yine “Veriler” sayfasında, X degiskenini yaratmak için –50’den baslayan ve 1’er artarak 49’da biten sayi dizisini olusturun.
5. Kukla Degisken olan D’yi ise 1. ve 70. gozlemler arasi 0 degerini alacak, 71. ve 100. gozlemler arasinda ise 1 degerini alacak sekilde “Veriler” sayfasında yaratın.
6. 100 gozlemlik U, X ve D degiskenlerini “Model1”, Model2” ve “Model3” sayfalarına kopyalayın.
7. Her sayfada U, X ve D degiskenlerini kullanarak Y degiskenini asagidaki tabloda belirtildiği üzere yaratın. Modellerde $Y = \text{alfa} + \text{beta} X + U$ denklemini kullanacaksınız.

		Katsayılar	
		alfa	beta
Model 1	1-70	-25	0.70
	71-100	-25	0.25
Model 2	1-70	-25	0.70
	71-100	7	0.70
Model 3	1-70	-25	0.70
	71-100	7	0.25

8. Her model için “Veri Cozumleme Arac Arac Paketi” (Data Analysis) icinde yer alan “regresyon” aracini kullanarak 2 cesit regresyon modeli hesaplayacaksınız.
9. Birinci regresyon modelinde Y bagimli degisken, X ise (sabit haric) tek bagimli degisken olacaktır. Regresyon ciktilarini model sayfalarinin icinde saklayın.
10. Ikinci tip regresyon modelinde ise Y bagimli degisken, sabit, D, X ve DX ise bagimsiz degiskenler olacaktır. (Regresyon aracini kullanmadan once D carpi X degiskenini tanımlamayı unutmayın).
11. Her iki regresyon modelini de “Model1”, “Model2” ve “Model3” sayfalarındaki verilere uygulayın.
12. “Sonuclar” sayfasında yapmış olduğunuz bu alistirmayı sebep-sonuc iliskisini gozeterек yorumlayın. Ozellikle kisitli ve kisitsiz EKK yontemlerinden elde edilen parametre tahminleri ve bu tahminlerin istatistiki olarak anlamlı olup olmadığı konulari üzerinde durun.
13. Ek bir alistirma olarak “Model3”deki ilk 70 gozlem ve sonraki 30 gozlem için ayrı birer regresyon ciktilisi alın. Sonuclarinizi, 2. regresyon modelindeki butun 100 gozleme regresyonun uygulandigi sonuclarla kiyaslayın.

Ornek 4: Ardisik Bagimlilik (Otokorelasyon)

Degisen varyans (heteroskedasticity) ve ardisik bagimlilik (autocorrelation), dogrusal regresyon modeli varsayimlarini bozan onemli iki istisnadir. Her iki durumda da, EKK yontemi ile hesaplanan parametreler yansiz ve tutarli olmakla birlikte verimlilikleri dusmektedir. Kalintilarda ardisik bagimliliğin olup olmadiginin sinanmasi icin en yaygin kullanılan test Durbin-Watson testidir. Bundan sonraki alistirma bu konulara egilmektedir.

Talimatlar:

1. Menudeki “araclar” (tools) altinda yer alan “veri cozumleme arac paketi” (data analysis) icinden “rasgele sayi uretme ve cozumleme araci”ni (random number generation) kullanarak 100 adet gozlem sayisina sahip ve ortalamasi 0, varyansi 25 olan normal dagilima sahip tesadufi degiskeni E_t 'yi (Beyaz Gurultu) yaratin.
2. X degiskeni yaratmak icin -50 'den baslayan ve 1 'er artarak 49 'da biten sayi dizisini olusturun.
3. $Y = 6 + 7X + U$ denklemini kullanarak 100 gozlemlik Y degiskeni yaratacaksiniz. U 'yu (hata terimini) yaratmak icin 4 ayri model kullanacaksiniz:

Model 1: $U_t = E_t$ (Beyaz Gurultu)

Model 2: $U_t = 0.25U_{t-1} + E_t$ (1. Dereceden ardisik bagimli surec)

Model 3: $U_t = E_t - 0.7E_{t-1}$ (1. Dereceden hareketli ortalama)

Model 4: $U_t = 0.25U_{t-1} + E_t - 0.7E_{t-1}$ (ARMA(1,1))

4. Her 4 model icin turetilmis Y bagimli degiskeni ile sabit ve X bagimli degiskenlerini kullanarak EKK tahminlerini ve tahmini katsayi varyans-kovaryans matrisini ve Durbin-Watson test istatistigini hesaplayin. Kalintilar ve bir donem onceki kalintilar kullanilarak olusturulmus dagilim grafigini (scatter diagram) olusturun. Test sonuclarini ve dagilim grafiglerini yorumlayin.

Gozlemlerim, ozellikle 1. dereceden ardisik bagimli surecin yaratilmasi (ve surecin yaratilmasi icin baslangic degerinin verilmesi gerektigi) sirasinda, bu is her ne kadar teorik olarak kolay gorunse de, ogrencilerin zorluk cektigi yonundedir.

Tabii yapilabilecek alistirmalar kesinlikle bunlarla kisitli kalmamaktadır. En basit bir rassal yuruyus modeline uyan bir degiskenin degisik gozlem sayilari icin (ornegin 25, 100, 1000, 10,000) gorsel grafiginin cizilmesinden, es-anli modellerin (simultaneous) veri yaratma mekanizmasının olusturulmasına kadar varan bir yelpazede bu alistirmalari artirabilmek mumkundur. Ozellikle Kennedy (1999)'nin D ekinde yer alan A, F, W, FF, SS ve XX'de cok yararli monte carlo alistirma ve sorulari yer almaktadır.

Sonuc

Son yıllarda ekonometri eğitimi ile ilgili yazılmış makalelerde de değinildiği gibi, matematiksel istatistik ve ekonometri eğitiminde öğrencilere verilecek veri üretme mekanizmaları ile ilgili bilgisayar alıstirmaları, derslerde öğretilen teorik çıkarımların uygulama yoluyla öğrencilerin anlayabileceği seviyeye indirilebilmesini sağlaması amacı için çok önemlidir. Bu makalede, bu tip alıstirmaların önemi, 4 basit örnek ile vurgulanmaya çalışılmıştır. 21. yüzyıl ekonometri eğitiminde, hızlı teknoloji ilerlemesi sonucu ucuzlayan ve bu nedenle artan bilgisayar kullanımının doğal sonucu olarak, bu tip veri yaratma mekanizmalarını gösteren alıstirmaların önemli bir rol oynaması kaçınılmazdır.

Kaynaklar

Kennedy, P. (1998): “Teaching Undergraduate Econometrics: A Suggestion for Fundamental Change”, *American Economic Review* 88, No. 2, 487-491.

_____ (1999): *A Guide to Econometrics*, Fourth Edition, Blackwell Publishers, Massachusetts.

Hogg, R. V. and A. T. Craig (1995): *Introduction to Mathematical Statistics*, Fifth Edition, Prentice-Hall, Inc.: New Jersey.

Miller I. and M. Miller (1999): *John E. Freund’s Mathematical Statistics*, Sixth Edition, Prentice-Hall, Inc.: New Jersey.

Studenmund, A. H. (2000): *Using Econometrics A Practical Guide*, Fourth Edition, Addison-Wesley: New York.